Hoofdstuk 13: Kansen en beslissingen

13.1 Beslissen op grond van een steekproef.

Opgave 1:

a. $normalcdf(100,10^{99},80,12) = 0{,}0478$

b. $a = invnorm(0.35,80,12) = 75{,}4$

c. $normalcdf(-10^{99},2.1,1.8,\sigma) = 0{,}7$

$y_1 = normalcdf(-10^{99},2.1,1.8,X)$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 = 0{,}7$, dat is voor $X = 0{,}57$

dus $\sigma = 0{,}57$

Opgave 2:

a. $P(G < 40) = normalcdf(-10^{99},40,43,3) = 0{,}1587$

b. $n = 8$ dus $\sigma_{\overline{G}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$

$P(\overline{G} < 40) = normalcdf(-10^{99},40,43,\frac{3}{\sqrt{8}}) = 0{,}0023$

Opgave 3:

a. $P(595 < L < 605) = normalcdf(595,605,600,4) = 0{,}7887$

b. $n = 10$ dus $\sigma_{\overline{L}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$

$P(595 < \overline{L} < 605) = normalcdf(595,605,600,\frac{4}{\sqrt{10}}) = 0{,}9999$

Opgave 4:

a. $n = 50$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{50}}$

$P(\overline{X} < 599 \quad \vee \quad \overline{X} > 601) = 2 \cdot normalcdf(-10^{99},599,600,\frac{4}{\sqrt{50}}) = 0{,}0771$

b. je weet dan het gemiddelde niet

c. $P(599 < \overline{X} < 601) = normalcdf(599,601,601,\frac{4}{\sqrt{50}}) = 0{,}4998$

Opgave 5:

a. $n = 100$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{100}} = 0{,}4$

$g_l = invnorm(0.05,600,0.4) = 599{,}34$

$g_r = invnorm(0.95,600,0.4) = 600{,}66$

b. de machine moet worden bijgesteld

Opgave 6:

a. $H_0: \quad \mu = 1500$

$H_1: \quad \mu \neq 1500$

b. $n = 100$ dus $\sigma\overline{X} = \frac{60}{\sqrt{100}} = 6$

$g_l = invnorm(0.025,1500,6) = 1488{,}2$

$g_r = invnorm(0{,}975,1500,6) = 1511{,}8$

c. H_0 wordt niet verworpen, dus het beïnvloedt de levensduur niet significant

Opgave 7:

a. $H_0: \quad \mu_X = 35000$

$H_1: \quad \mu_X \neq 35000$

b. $n = 64$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4000}{\sqrt{64}} = 500$

$P(\overline{X} \leq 33844) = normalcdf(-10^{99}, 33844, 35000, 500) = 0{,}0104$

c. $P(\overline{X} \leq 33844) = 0{,}0104 < \frac{1}{2}\alpha$ dus ja, het gemiddelde wijkt significant af

Opgave 8:

$H_0: \quad \mu = 2000$

$H_1: \quad \mu \neq 2000$

$n = 200$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{25{,}5}{\sqrt{200}}$

$P(\overline{X} \leq 1995) = normalcdf(-10^{99}, 1995, 2000, \frac{25{,}5}{\sqrt{200}}) = 0{,}0028 < \frac{1}{2}\alpha$ dus H_0 wordt verworpen dus het gemiddelde wijkt significant af van 2000

Opgave 9:

a. $H_0: \quad \mu = 1{,}02$

$H_1: \quad \mu \neq 1{,}02$

$n = 50$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}04}{\sqrt{50}}$

$P(\overline{X} \geq 1{,}04) = normalcdf(1.04, 10^{99}, 1.02, \frac{0{,}04}{\sqrt{50}}) = 0{,}0002 < \frac{1}{2}\alpha$ dus H_0 wordt verworpen

dus de fabrikant gaat de vulmachine opnieuw afstellen

b. $P(\overline{X} \geq 1{,}03) = normalcdf(1.03, 10^{99}, 1.02, \frac{0{,}04}{\sqrt{50}}) = 0{,}039 > \frac{1}{2}\alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

dus de fabrikant gaat de vulmachine niet opnieuw afstellen

Opgave 10:

a. $H_0: \quad \mu = 10{,}2$

$H_1: \quad \mu \neq 10{,}2$

$n = 40$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}9}{\sqrt{40}}$

$P(\overline{X} \leq 9{,}95) = normalcdf(-10^{99}, 9.95, 10.2, \frac{0.9}{\sqrt{40}}) = 0{,}039$

dus bij $\alpha = 0{,}10$ klopt de diameter niet

en bij $\alpha = 0{,}05$ klopt de diameter wel

b. $n = 100$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}9}{\sqrt{100}} = 0{,}09$

verwerp H_0 als $\overline{X} \leq g_l \quad \vee \quad \overline{X} \geq g_r$

$g_l = invnorm(0.05, 10.2, 0.09) = 10{,}05$

$g_r = invnorm(0.95, 10.2, 0.09) = 10{,}35$

dus verwerp H_0 als $\overline{X} \leq 10{,}05 \quad \vee \quad \overline{X} \geq 10{,}35$

13.2 Eenzijdig en tweezijdig toetsen.

<u>Opgave 11:</u>

a. de medewerker beweert dat de levensduur wordt verlengd dus $H_1: \quad \mu > 1150$

b. nee want $1135 < 1150$

<u>Opgave 12:</u>

a. $n = 30$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{30}}$

$g = invnorm(0.9{,}85, \frac{15}{\sqrt{30}}) = 88{,}51$

verwerp H_0 als $X \geq 88{,}6$

b. $n = 50$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{50}}$

$g = invnorm(0.05{,}85, \frac{15}{\sqrt{50}}) = 81{,}51$

verwerp H_0 als $X \leq 81{,}5$

c. $n = 200$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{200}}$

$g_l = invnorm(0.005{,}85, \frac{15}{\sqrt{200}}) = 82{,}27$

$g_r = invnorm(0.995{,}85, \frac{15}{\sqrt{200}}) = 87{,}73$

verwerp H_0 als $\overline{X} \leq 82{,}2 \quad \vee \quad \overline{X} \geq 87{,}8$

<u>Opgave 13:</u>

a. $H_0: \quad \mu = 12$

$H_1: \quad \mu < 12$

$n = 25$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = 0{,}6$

$g = invnorm(0.05{,}12{,}0.6) = 11{,}01$

dus als $\overline{X} \leq 11{,}0$ dan is er reden om aan te nemen dat de afhandelingstijd is verminderd

b. $n = 80$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{3}{\sqrt{80}}$

$P(\overline{X} \leq 11{,}3) = normalcdf(-10^{99}, 11.3{,}12, \frac{3}{\sqrt{80}}) = 0{,}018 > \alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

dus de afhandelingstijd is niet afgenomen.

<u>Opgave 14:</u>

$H_0: \quad \mu = 500$

$H_1: \quad \mu > 500$

$n = 100$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{1{,}5}{\sqrt{100}} = 0{,}15$

$P(\overline{X} \geq 500{,}4) = normalcdf(500.4{,}10^{99}{,}500{,}0.15) = 0{,}0038 < \alpha$ dus H_0 wordt verworpen

dus de productieafdeling krijgt gelijk

<u>Opgave 15:</u>

$H_0: \quad \mu = 5$

$H_1: \quad \mu < 5$

$n = 50$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}4}{\sqrt{50}}$

$P(\overline{X} \leq 4{,}76) = normalcdf(-10^{99}, 4.76{,}5, \frac{0{,}4}{\sqrt{50}}) = 1{,}1 \cdot 10^{-5} < \alpha$ dus H_0 wordt verworpen

Dus de consumentenorganisatie krijgt gelijk.

Opgave 16:

a. $P(3{,}8 \le X \le 4{,}2) = normalcdf(3.8,4.2,4,0.12) = 0{,}9044$

b. $H_0: \quad \mu = 4$

$H_1: \quad \mu \ne 4$

$n = 50$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}12}{\sqrt{50}}$

$P(\overline{X} \le 3{,}95) = normalcdf(-10^{99},3.95,4,\frac{0{,}12}{\sqrt{50}}) = 0{,}0016 < \frac{1}{2}\alpha$ dus H_0 wordt verworpen

dus het gemiddelde wijkt significant af van 4 mg

c. $P(X < 3{,}8 \quad \vee \quad X > 4{,}2) = 1 - normalcdf(3.8,4.2,3.95,0.12) = 0{,}124$ dus 12,4%

Opgave 17:

a. $n = 25$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{8}{\sqrt{25}} = 1{,}6$

$g = invnorm(0.95,40,1.6) = 42{,}63$

H_0 wordt verworpen als $\overline{X} \ge 42{,}7$

b. $\sigma_{\overline{X}} = \frac{8}{\sqrt{n}}$

$P(\overline{X} \ge 40{,}5) = normalcdf(40.5,10^{99},40,\frac{8}{\sqrt{n}}) \le 0{,}05$

neem $y_1 = normalcdf(40.5,10^{99},40,\frac{8}{\sqrt{X}})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \le 0{,}05$

dat is voor $X \ge 693$ dus de steekproef moet minstens 693 groot zijn

Opgave 18:

$H_0: \quad \mu = 100$

$H_1: \quad \mu > 100$

$n = 25$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{25}} = 3$

$P(\overline{X} \ge 108) = normalcdf(108,10^{99},100,3) = 0{,}0038 < \alpha$ dus H_0 wordt verworpen

dus de voorzitter krijgt gelijk

Opgave 19:

$H_0: \quad \mu = 28{,}6$

$H_1: \quad \mu \ne 28{,}6$

$n = 75$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{5{,}9}{\sqrt{75}}$

$P(\overline{X} \ge 30{,}2) = normalcdf(03.2,10^{99},28.6,\frac{5{,}9}{\sqrt{75}}) = 0{,}009 > \frac{1}{2}\alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

Dus het manuscript kan van deze auteur afkomstig zijn.

Opgave 20:

$H_0: \quad \mu = 183$

$H_1: \quad \mu > 183$

$n = 133$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{7}{\sqrt{133}}$

$P(\overline{X} \ge 197) = normalcdf(197,10^{99},183,\frac{7}{\sqrt{133}}) = 0{,}0000 < \alpha$ dus H_0 wordt verworpen

dus basketballers zijn significant langer dan gemiddeld

Opgave 21:

a. $P(\overline{X} \le 785)$ wordt kleiner als μ groter dan 800 wordt, dus als H_0 nu wordt verworpen, dan wordt H_0 zeker verworpen als μ groter wordt.

b. als $\mu > 800$ dan wijkt 785 meer af, dus de kans dat $P(\overline{X} \le 785)$ wordt kleiner, dus krijgt de fabrikant eerder ongelijk

Opgave 22:

$H_0: \quad \mu \ge 28{,}4$

$H_1: \quad \mu < 28{,}4$

$n = 30$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{2{,}4}{\sqrt{30}}$

$P(\overline{X} \le 27{,}6) = normalcdf(-10^{99}, 27.6, 28.4, \frac{2{,}4}{\sqrt{30}}) = 0{,}034 > \alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen dus de medewerker van 'de Ster' krijgt geen gelijk.

Opgave 23:

a. $H_0: \quad \mu = 500$

$H_1: \quad \mu < 500$

$n = 50$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{50}}$

$g = invnorm(0.05, 500, \frac{4}{\sqrt{50}}) = 499{,}07$

de consumentenorganisatie krijgt gelijk als $\overline{X} \le 499{,}0$

b. $H_0: \quad \mu = 500$

$H_1: \quad \mu > 500$

$n = 25$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{25}} = 0{,}8$

$P(\overline{X} \ge 501{,}94) = normalcdf(501.94, 10^{99}, 500, 0.8) = 0{,}008 < \alpha$ dus H_0 wordt verworpen dus het hoofd van de afdeling voorraad krijgt gelijk

c. $H_0: \quad \mu = 500$

$H_1: \quad \mu \ne 500$

$n = 25$ dus $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{25}} = 0{,}8$

$P(\overline{X} \ge 501{,}48) = normalcdf(5021.48, 10^{99}, 500, 0.8) = 0{,}032 < \frac{1}{2}\alpha$ dus H_0 wordt verworpen, dus de afdeling controle krijgt gelijk

13.3 Binomiale toetsen

Opgave 24:

a. discrete toevalsvariabele want je kunt alleen maar een geheel aantal personen hebben
b. de 100 personen zijn onafhankelijk van elkaar en vinden de nieuwe frisdrank wel of niet de lekkerste
c. nee, want 48% vindt de nieuwe frisdrank de lekkerste
d. de concurrent want 28% zit ver onder de verwachtte 40%

Opgave 25:

a. $P(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) = 1 - binomcdf(40{,}0.35{,}18) = 0{,}07$
b. nee, want $0{,}07 > \alpha$

Opgave 26:

$H_0: \quad p \geq 0{,}55$

$H_1: \quad p < 0{,}55$

$P(X \leq 94) = binomcdf(200{,}0.55{,}94) = 0{,}014 > \alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

Dus de woordvoerder van de regering krijgt gelijk.

Opgave 27:

$H_0: \quad p \geq 0{,}7$

$H_1: \quad p < 0{,}7$

$P(X \leq 320) = binomcdf(500{,}0.7{,}320) = 0{,}0023 < \alpha$

Dus H_0 wordt verworpen, dus er is reden om de bewering van de recensent in twijfel te trekken.

Opgave 28:

$H_0: \quad p = 0{,}3$

$H_1: \quad p < 0{,}3$

$P(X \leq 112) = binomcdf(474{,}0.3{,}112) = 0{,}0012 < \alpha$

Dus H_0 wordt verworpen, dus de Amerikaanse onderzoekers krijgen gelijk.

Opgave 29:

$H_0: \quad p = 0{,}08$

$H_1: \quad p > 0{,}08$

$P(X \geq 22) = 1 - P(X \leq 21) = 1 - binomcdf(200{,}0.08{,}21) = 0{,}08 > \alpha$

Dus H_0 wordt niet verworpen, dus Mevrouw Bouman krijgt geen gelijk.

Opgave 30:

X = aantal zessen

$H_0: \quad p = \frac{1}{6}$

$H_1: \quad p < \frac{1}{6}$

$P(X \leq 8) = binomcdf(80, \frac{1}{6}, 8) = 0{,}067 > \alpha$

Dus H_0 wordt niet verworpen, dus Mirjam krijgt geen gelijk.

Opgave 31:

$H_0: \quad p = \frac{1}{4}$

$H_1: \quad p > \frac{1}{4}$

$P(X \geq 52) = 1 - P(X \leq 51) = 1 - binomcdf(160, \frac{1}{4}, 51) = 0{,}02 > \alpha$

Dus H_0 wordt niet verworpen, dus Simon krijgt geen gelijk.

Opgave 32:

$H_0: \quad p \geq 0{,}8$

$H_1: \quad p < 0{,}8$

$P(X \leq g) \leq 0{,}05$

$P(X \leq g) = binomcdf(500, 0.8, g) \leq 0{,}05$

$y_1 = binomcdf(500, 0.8, X)$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}05$

dat is voor $X \leq 384$, dus bij minstens 385 patiënten

Opgave 33:

$H_0: \quad p = 0{,}75$

$H_1: \quad p > 0{,}75$

$P(X \geq g) = 1 - P(X \leq g-1) = 1 - binomcdf(50, 0.75, g-1) \leq 0{,}05$

neem $y_1 = 1 - binomcdf(50, 0.75, X-1)$ en kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}05$

dat is voor $X \geq 43$

dus minstens 43 personen

Opgave 34:

a. $H_0: \quad p \geq 0{,}55$

$H_1: \quad p < 0{,}55$

$P(X \leq g) \leq 0{,}05$

$P(X \leq g) = binomcdf(500, 0.55, g) \leq 0{,}05$

neem $y_1 = binomcdf(500, 0.55, X)$ en kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}05$

dat is voor $X \leq 256$

b. Jacco krijgt gelijk

c. $H_0: \quad p = 0{,}815$

$H_1: \quad p > 0{,}815$

$P(X \geq g) \leq 0{,}025$

$P(X \geq g) = 1 - P(X \leq g-1) = 1 - binomcdf(300, 0.815, g-1) \leq 0{,}025$

neem $y_1 = 1 - binomcdf(300, 0.815, X-1)$ en kijk in de tabel voor welke X geldt dat

$y_1 \leq 0{,}025$

dat is voor $X \geq 258$

Opgave 35:

a. X is het aantal keren kop

je zegt niet dat de kans op kop groter of kleiner is dan $\frac{1}{2}$

b. $H_0: \quad p = \frac{1}{2}$

$H_1: \quad p \neq \frac{1}{2}$

$P(X \geq 59) = 1 - P(X \leq 58) = 1 - binomcdf(100, \frac{1}{2}, 58) = 0{,}044 > \frac{1}{2}\alpha$

dus H_0 wordt niet verworpen, dus het muntstuk is zuiver

Opgave 36:

$H_0: \quad p = \frac{1}{6}$

$H_1: \quad p \neq \frac{1}{6}$

$P(X \leq 12) = binoncdf(150, \frac{1}{6}, 12) = 0{,}016 < \frac{1}{2}\alpha$

dus H_0 wordt verworpen, dus de dobbelsteen is onzuiver

Opgave 37:

$P(X \leq g) = binoncdf(50, 0.3, g) \leq 0{,}05$

neem $y_1 = binomcdf(50, 0.3, X)$ en kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}05$

dat is voor $X \leq 9$

$P(X \geq g) = 1 - P(X \leq g-1) = 1 - binomcdf(50, 0.3, g-1) \leq 0{,}05$

neem $y_1 = 1 - binomcdf(50, 0.3, X-1)$ en kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}05$

dat is voor $X \geq 21$

dus $X \leq 9 \quad \vee \quad X \geq 21$

Opgave 38:

$H_0: \quad p = 0{,}12$

$H_1: \quad p < 0{,}12$

$P(X \leq 8) = binomcdf(80, 0.12, 8) = 0{,}367 > \alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

dus de steekproef wijkt niet significant af

Opgave 39:

$H_0: \quad p = 0{,}68$

$H_1: \quad p \neq 0{,}68$

$P(X \geq 46) = 1 - P(X \leq 45) = 1 - binomcdf(60, 0.68, 45) = 0{,}094 > \frac{1}{2}\alpha$

dus H_0 wordt niet verworpen, dus Beerlage krijgt geen gelijk

Opgave 40:

a. $H_0: \quad p = \frac{1}{5}$

$H_1: \quad p \neq \frac{1}{5}$

$P(X \geq 115) = 1 - P(X \leq 114) = 1 - binomcdf(500, \frac{1}{5}, 114) = 0{,}054 > \alpha$

dus H_0 wordt niet verworpen, dus de roulette is zuiver

b. $H_0: \quad p = \frac{2}{5}$

$H_1: \quad p \neq \frac{2}{5}$

$P(X \leq g) = binomcdf(600, \frac{2}{5}, g) \leq 0{,}005$

neem $y_1 = binomcdf(600, \frac{2}{5}, X)$ en kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}005$

dat is voor $X \leq 208$

$P(X \geq g) = 1 - P(X \leq g-1) = 1 - binomcdf(600, \frac{2}{5}, g-1) \leq 0{,}005$

neem $y_1 = 1 - binomcdf(600, \frac{2}{5}, X-1)$ en kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}005$

dat is voor $X \geq 272$

dus de roulette is zuiver als $209 \leq X \leq 271$

c. $H_0: \quad p = \frac{2}{5}$

$H_1: \quad p < \frac{2}{5}$

$P(X \leq 110) = binomcdf(300, \frac{2}{5}, 110) = 0{,}131 > \alpha$

dus H_0 wordt verworpen, dus Erik krijgt gelijk

Opgave 41:

$H_0: \quad p \geq \frac{1}{2}$

$H_1: \quad p < \frac{1}{2}$

$P(X \leq 1141) = binomcdf(2375, \frac{1}{2}, 1141) = 0{,}0295 > \alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

dus de veronderstelling van het ministerie wordt niet herzien

Opgave 42:

$H_0: \quad p \geq 0{,}80$

$H_1: \quad p < 0{,}80$

X = het aantal lampen met een levensduur van meer dan 8000 uur

$P(X \leq 21) = binomcdf(30, 0.8, 21) = 0{,}129 > \alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

dus de fabrikant krijgt gelijk

Opgave 43:

a. $P(d < 7{,}2) = normalcdf(-10^{99}, 7.2, 7.9, 0.5) = 0{,}081$

b. $H_0: \quad \mu = 0{,}081$

$H_1: \quad \mu < 0{,}081$

X = het aantal tomaten dat moet worden doorgedraaid

$P(X \leq 65) = binomcdf(900, 0.081, 65) = 0{,}184 > \alpha$ dus H_0 wordt niet verworpen

Dus de diameter wordt niet vergroot door het middel

Opgave 44:

a. $P(G > 4000) = normalcdf(4000, 10^{99}, 3250, 425) = 0{,}0388$

$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - binomcdf(80, 0.0388, 4) = 0{,}1994$

b. $H_0: \quad p = 0{,}0388$

$H_1: \quad p > 0{,}0388$

X = het aantal baby's dat te zwaar is

$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - binomcdf(58, 0.0388, 7) = 0{,}0017 < \alpha$ dus H_0 wordt verworpen, dus de medewerkers van het consultatiebureau krijgen gelijk